

**КАЗАНСКИЙ КООПЕРАТИВНЫЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
АВТОНОМНОЙ НЕКОММЕРЧЕСКОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ОРГАНИЗАЦИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ЦЕНТРОСОЮЗА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ КООПЕРАЦИИ»**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Специальность: 10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация: «Разработка защищенного программного обеспечения»

Формы обучения: очная

Объем дисциплины:

в зачетных единицах: 4 з.е.

в академических часах: 144 ак.ч.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

Оценочные материалы по дисциплине Дифференциальные уравнения

обсуждены и рекомендованы к утверждению решением кафедры естественных дисциплин, сервиса и туризма от 25 марта 2025 г., протокол № 6

одобрены Научно-методическим советом Казанского кооперативного института (филиала) от 2 апреля 2025 г., протокол № 3

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт оценочных материалов
2. Оценочные материалы:
 - 2.1. Оценочные материалы для проведения текущего контроля.
 - 2.2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Целью оценочных материалов по дисциплине (далее –ОМ) является комплексная оценка результатов обучения.

ОМ предназначены для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

ОМ включают оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Оценочные материалы разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины Дифференциальные уравнения.

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Формируемые компетенции (код и наименование компетенции)	Планируемые результаты обучения	Контролируемые разделы, темы дисциплины	Наименование оценочного средства	
			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	3	4	5	6
ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.1. Применяет знания основных математических методов и их модификаций для обоснования процедур решения задач профессиональной деятельности	Знать основные методы решения дифференциальных уравнений и их модификации. Уметь применять основные методы решения дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач и обосновывать выбор методов. Владеть методами теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности для постановки и решения задач с дифференциальными уравнениями различных порядков и системами дифференциальных уравнений	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 1-2
		Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 1-2
		Свойства решений линейных однородных систем.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 3-5
		Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 6
		Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Метод вариации произвольных постоянных для	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 7-16

		неоднородного уравнения n -ого порядка.		
		Линейные однородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 7-16
		Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 17-19
		Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 24-27
		Зависимость решения от начальных значений и параметров.	Устный опрос, неаудиторной работы проверка самостоятельной	Вопрос на экзамене 28-30
		Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 20-23

		Построение общего решения.		
		Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 24-26
		Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 27-28
		Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 27-28
		Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 29-32

		Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 33-36
		Уравнения с частными производными первого порядка.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 37
ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов анализа данных	Знать основные виды дифференциальных уравнений различных порядков, систем дифференциальных уравнений и методы их решения. Уметь обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов решения дифференциальных уравнений различных порядков и систем дифференциальных уравнений. Владеть методами и средствами построения моделей и анализа их применимости в заданной предметной области в	Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений первого порядка.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 1-2
		Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения и систем дифференциальных уравнений.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 1-2
		Свойства решений линейных однородных систем.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 3-5
		Фундаментальная матрица и её свойства. Линейные неоднородные системы.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 6
		Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка. Метод вариации произвольных	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 7-16

	приложении к дифференциальным уравнениям.	постоянных для неоднородного уравнения n -ого порядка.		
		Линейные однородные дифференциальные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Построение общего решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 7-16
		Неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 17-19
		Свойства нулей решения дифференциальных уравнений. Теорема Штурма. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью рядов.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 24-27
		Зависимость решения от начальных значений и параметров.	Устный опрос, неаудиторной работы проверка самостоятельной	Вопрос на экзамене 28-30
		Однородные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 20-23

		коэффициентами. Построение общего решения.		
		Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы, контрольная работа по теме	Вопрос на экзамене 24-26
		Устойчивость по Ляпунову. Геометрическая интерпретация. Устойчивость нулевого решения однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 27-28
		Лемма Ляпунова. Теорема Четаева. Устойчивость по первому приближению.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 27-28
		Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 29-32

		Невырожденные положения равновесия автономной системы второго порядка. Устойчивость периодических решений.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 33-36
		Уравнения с частными производными первого порядка.	Устный опрос, проверка самостоятельной неаудиторной работы	Вопрос на экзамене 37

2. Оценочные материалы по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

2.1 Оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Вопросы для коллоквиумов, устных опросов, самостоятельной неаудиторной работы

БИЛЕТ 1

1. Теорема существования и единственности для линейных систем.
2. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.
3. Задача. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 2

1. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).
3. Задача. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 3

1. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие.
2. Лемма о линейной независимости функций вида $x^k e^{\lambda_j x}$.
3. Задача. Уравнения, не разрешенные относительно производной.

БИЛЕТ 4

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -ого порядка.
2. Поиск частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами (резонансный случай).
3. Задача. Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.

БИЛЕТ 5

1. Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.
2. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.
3. Задача. Линейные уравнения первого порядка.

Комплект заданий для контрольной работы Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Задание: Определить тип и решить каждое дифференциальное уравнение первого порядка.

Вариант 1

1. $(2t + 3x - 1)dt = (5 - 4t - 6x)dx$;
2. $xy' = ey + 2y'$;
3. $dy + (xy - xy^3)dx = 0$;

4. $x^2y' - 2xy = 3y$;
5. $y' - 1 = ex + 2y$. Вариант 2
1. $y \sin x + y' \cos x = 1$;
2. $2x^3 + y = xy'$;
3. $x(x-1)y' + 2xy = 1$;
4. $y' - 1 = y$;
 $x(x+1)$
5. $xy' - 2y = -2x^2$.

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задание:
Решить уравнение.

Вариант 1

1. $xyy' - xy'^2 - yy' = 0$;
2. $xy(5) - y(4) = 0$;
3. $y(4) - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$;
4. $y(5) + 8y''' + 16y' = 0$;
5. $y'' + 5y' + 6y = \cos 2x$;
6. $y'' + 4y' + 3y = \cos x$;
7. $y'' + y = \operatorname{tg} x$;
8. $y'' - y' = ex$;
 $1+ex$
9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;
10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Вариант 2

1. $y''' - 7y'' + 16y' - 12y = 0$;
2. $y(4) + 4y''' + 8y'' + 16y' + 16y = 0$;
3. $y'^2 = 4(y' - 1)$;
4. $xy'' = y' \ln y'$;
5. $y''' + y' =$ $\frac{1}{\cos x}$;
6. $y''' + y' = \sin x$;
 $\cos 2x$
7. $y'' - 4y' + 3y = \sin x$;
8. $y'' - 5y' + 6y = \sin 2x$;
9. $x^2y'' - 3xy' + 3y = 5x^2 - x$;
10. $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$.

Тема 3. Системы дифференциальных уравнений. Задание: Решить систему уравнений.

Вариант 1

- $x' = y$,
1. $\begin{cases} y' = -4x + 4y, \\ z' = -2x + y + 2z. \end{cases}$
- $x' = 2x + 6y - 15z$,
2. $\begin{cases} y' = x + y - 5z, \end{cases}$

$$z' = x + 2y - 6z.$$

$$x' = -x - 2y + 2et,$$

$$3. \{y' = -2x + 2y + 5et.$$

$$x' = 4x + 2y,$$

$$4. \{y' = -x + y + 2et.$$

Вариант 2

$$x' = 9x - 6y - 2z,$$

$$1. \{y' = 18x - 12y - 3z,$$

$$z' = 18x - 9y - 6z.$$

$$x' = 4x + 6y - 15z,$$

$$2. \{y' = x + 3y - 5z,$$

$$z' = x + 2y - 4z.$$

$$x' = -x + 3y,$$

$$3. \{y' = -x + 3y + e^{-t}.$$

$$4. x' = 4x + y - e^{-2t},$$

$$\{y' = -5x - 2y.$$

Оценка	Уровень сформированности компетенции	Критерии
«Отлично» («зачтено»)	Высокий	Выполнено более 80% заданий предложенного теста
«Хорошо» («зачтено»)	Хороший	Выполнено 60-80% заданий предложенного теста
«Удовлетворительно» («зачтено»)	Достаточный	Выполнено 35-60% заданий предложенного теста
«Неудовлетворительно» («не зачтено»)	Недостаточный	Выполнено менее 35% заданий предложенного теста

2.2 Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.1. Применяет знания основных математических методов и их модификаций для обоснования процедур решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов анализа данных

Вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие дифференциального уравнения и его решения. Задача Коши. Простейшие классы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные уравнения первого порядка, в полных дифференциалах).

2. Теорема существования и единственности Пикара для одного дифференциального уравнения и систем (без доказательств). Теорема существования Пеано (без доказательства). Теорема существования и единственности для линейных систем (без доказательства). Теорема о гладкости решений дифференциальных уравнений.

3. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 1, 2, 3).

4. Свойства решений линейных однородных систем (теоремы 4, 5).

5. Теорема Лиувилля для линейных однородных систем.

6. Фундаментальная матрица и её свойства.

7. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Утверждение о представлении решения неоднородной системы, следствие. Метод вариации произвольных постоянных для поиска частного решения неоднородной системы.

8. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Сведение к линейной системе. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -го порядка.

9. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка (теоремы 1, 2, 3).

10. Свойства решений линейных однородных дифференциальных уравнений n -го порядка (теоремы 4, 5, теорема Лиувилля).

11. Понижение порядка линейного однородного дифференциального уравнения.

12. Поиск частного решения неоднородного уравнения методом вариации произвольных постоянных.

13. Линейные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Представление общего решения в случае различных характеристических чисел.

14. Лемма о линейной независимости функций вида $x^k e^{\lambda_j X}$.
15. Представление общего решения в случае кратных характеристических чисел.
16. Представление общего решения линейного уравнения n -го порядка в случае уравнения с вещественными коэффициентами.
17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).
18. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай).
19. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (случай уравнения с вещественными коэффициентами).
20. Однородные системы с постоянными коэффициентами. Представление общего решения в случае матрицы простой структуры.
21. Утверждение о вещественности общего решения в случае вещественной матрицы.
22. Вид общего решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений в случае матрицы общего вида.
23. Метод неопределенных коэффициентов поиска общего решения однородной системы с постоянными коэффициентами.
24. Неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (нерезонансный случай).
25. Неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (резонансный случай).
26. Неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Поиск частного решения методом неопределенных коэффициентов (вещественный случай).
27. Определение устойчивости по Ляпунову. Сведение исследования устойчивости ненулевого решения к исследованию устойчивости нулевого решения. Геометрическая интерпретация.
28. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению (без доказательства). Критерий Раussa-Гурвица (без доказательства).
29. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (узел, седло).
30. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (фокус, центр).
31. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (диритический узел и случай $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$).

32. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденный узел и случай $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$).

33. Линейные разностные уравнения второго порядка. Теоремы 1, 2, 3.

34. Линейные разностные уравнения второго порядка. Теоремы 4, 5, 6.

35. Однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

36. Краевые задачи.

37. Уравнения с частными производными первого порядка.

Критерии оценки для проведения экзамена по дисциплине (ответы на вопросы)

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок.

Оценка	Уровень сформированности компетенции	Критерии
«Отлично» («зачтено»)	Высокий	Обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, тесно увязывает теорию с практикой. Обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с практическими заданиями, показывает знания нормативного материала, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических заданий, демонстрирует умение самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок
«Хорошо» («зачтено»)	Хороший	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, допускает несущественные неточности в ответе на вопросы, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми навыками при выполнении практических заданий.
«Удовлетворительно» («зачтено»)	Достаточный	Обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности и ошибки в ответе на вопросы, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения при выполнении

		практических заданий.
«Неудовлетворительно» («не зачтено»)	Недостаточный	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания или выполняет неправильно.

Тестовые задания для проведения промежуточной аттестации

ОПК-3. Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.1. Применяет знания основных математических методов и их модификаций для обоснования процедур решения задач профессиональной деятельности

Знать	основные методы решения дифференциальных уравнений и их модификации.
Уметь	применять основные методы решения дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач и обосновывать выбор методов.
Владеть	методами теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности для постановки и решения задач с дифференциальными уравнениями различных порядков и системами дифференциальных уравнений.

ОПК-3.4. Демонстрирует умение обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов анализа данных

Знать	основные виды дифференциальных уравнений различных порядков, систем дифференциальных уравнений и методы их решения
Уметь	обосновывать и реализовывать процедуры решения стандартных задач профессиональной деятельности с применением методов решения дифференциальных уравнений различных порядков и систем дифференциальных уравнений.
Владеть	методами и средствами построения моделей и анализа их применимости в заданной предметной области в приложении к дифференциальным уравнениям.

1. Задание комбинированного типа с выбором одного верного ответа из четырех предложенных и обоснованием выбора. Уровень сложности базовый. Время выполнения 3 мин.

1. При моделировании безопасного обмена ключами в криптографической системе процесс описывается системой

дифференциальных уравнений. Для анализа устойчивости положения равновесия (точки покоя) данной системы была найдена матрица Якоби и вычислены её собственные числа: $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -5$.

Какой вывод об устойчивости нулевого решения можно сделать?

- А) Решение неустойчиво.
- Б) Решение устойчиво, но не асимптотически.
- В) Решение асимптотически устойчиво.
- Г) Для выводов недостаточно информации.

Обоснование выбора:

Верный ответ: В.

Обоснование: Согласно теореме об устойчивости по первому приближению (теореме Ляпунова), если все собственные числа матрицы линейного приближения (матрицы Якоби) имеют строго отрицательные действительные части, то нулевое решение исходной нелинейной системы является **асимптотически устойчивым**. В данном случае оба собственных числа (-2 и -5) являются действительными и отрицательными. Это прямое применение математического метода (теории устойчивости) для обоснования свойства системы, что является ключевым для анализа безопасности динамических моделей в профессиональной деятельности.

2. Задание комбинированного типа с выбором нескольких вариантов ответа из предложенных и развернутым обоснованием выбора. Уровень сложности базовый. Время выполнения 3 мин.

При анализе модели распространения вредоносного программного обеспечения (Worm) в сети исследователь получил линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами: $y'' + 4y' + 4y = 10e^{-2t}$.

Какие из следующих методов ЦЕЛЕСООБРАЗНО применить для нахождения частного решения данного уравнения?

(Выберите один или несколько вариантов)

- А) Метод неопределенных коэффициентов с видом частного решения $y_{\text{ч}} = A e^{-2t}$
- Б) Метод неопределенных коэффициентов с видом частного решения $y_{\text{ч}} = A t e^{-2t}$
- В) Метод неопределенных коэффициентов с видом частного решения $y_{\text{ч}} = A t^2 e^{-2t}$
- Г) Метод вариации произвольных постоянных

Верные ответы: В, Г.

Обоснование:

Сначала анализируем однородное уравнение: $y'' + 4y' + 4y = 0$. Его характеристическое уравнение $\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$ имеет корень $\lambda = -2$ кратности 2.

Правая часть неоднородного уравнения имеет вид $f(t) = 10e^{(-2t)}$. Число $\alpha = -2$ совпадает с корнем характеристического уравнения кратности 2.

Согласно методу неопределенных коэффициентов, если правая часть имеет вид $P_m(t)e^{(\alpha t)}$, и α является корнем характеристического уравнения кратности r , то частное решение ищется в виде $y_{\text{ч}} = t^r * Q_m(t)e^{(\alpha t)}$. В нашем случае $P_m(t) = 10$ (многочлен степени 0), $\alpha = -2$, $r = 2$. Следовательно, правильной формой для метода неопределенных коэффициентов будет $y_{\text{ч}} = A * t^2 e^{(-2t)}$ (вариант В).

Метод вариации произвольных постоянных (вариант Г) является универсальным и применим к любым линейным неоднородным уравнениям с постоянными или переменными коэффициентами, особенно когда метод неопределенных коэффициентов неприменим или затруднителен. В данной ситуации он также приведет к correct result.

Варианты А и Б неверны, так как не учитывают кратность корня. Подстановка таких видов в уравнение приведет к тождеству $0 = 10e^{(-2t)}$, что невозможно. Выбор адекватного математического метода для решения конкретной прикладной задачи — основа для построения корректной модели в профессиональной деятельности.

3. Задание закрытого типа на установление соответствия. Уровень сложности повышенный. Время выполнения 5 мин.

Установите соответствие между линейной однородной системой дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и типом её положения равновесия (точки покоя) в начале координат.

Система уравнений	Тип положения равновесия
1. $x' = x + 2y, y' = 3x - 4y$	А) Устойчивый узел
2. $x' = -x + y, y' = -x - y$	Б) Неустойчивый узел
3. $x' = -3x + y, y' = -x - 3y$	В) Седло
	Г) Устойчивый фокус

Ответ:

1 - В (Седло)

2 - А (Устойчивый узел)

3 - Г (Устойчивый фокус)

Обоснование связи с дескриптором: Для установления соответствия необходимо для каждой системы найти собственные числа матрицы коэффициентов и, применяя знания математического метода (анализа устойчивости линейных систем), классифицировать точку покоя. Это базовый навык для прогнозирования поведения динамических систем, например, в моделях кибернетической безопасности.

4. Задание закрытого типа на установление последовательности.
Уровень сложности повышенный. Время выполнения 5 мин.

Установите правильную последовательность.

Расположите этапы решения задачи Коши для линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных в правильном порядке.

А) Найти производные функций $C_1'(t)$ и $C_2'(t)$ из составленной системы уравнений

Б) Записать общее решение однородного уравнения $y_{\text{оо}} = C_1 y_1(t) + C_2 y_2(t)$

В) Проинтегрировать найденные $C_1'(t)$ и $C_2'(t)$ для нахождения $C_1(t)$ и $C_2(t)$

Г) Записать общее решение исходного неоднородного уравнения

Д) Составить систему алгебраических уравнений относительно $C_1'(t)$ и $C_2'(t)$

Е) Подставить начальные условия в общее решение для нахождения постоянных

Правильная последовательность: Б → Д → А → В → Г → Е

5. Задание открытого типа с развернутым ответом.

Уровень сложности высокий. Время выполнения 10 мин.

В задаче анализа надёжности системы обнаружения вторжений (IDS) её работа на некотором временном интервале моделируется с помощью линейного разностного уравнения второго порядка: $x_{(n+2)} - 4x_{(n+1)} + 4x_n = 0$.

Найдите общее решение этого уравнения и, используя его, определите, является ли система устойчивой в смысле ограниченности решений при $n \rightarrow \infty$? Дайте развернутое решение с обоснованием каждого шага.

Развернутый ответ:

1. Нахождение общего решения:

Запишем характеристическое уравнение для разностного уравнения $x_{(n+2)} - 4x_{(n+1)} + 4x_n = 0$:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$$

Решим его: $(\lambda - 2)^2 = 0 \Rightarrow \lambda = 2$ (корень кратности 2).

Общее решение однородного разностного уравнения с кратным корнем имеет вид:

$$x_n = (C_1 + C_2 * n) * 2^n, \text{ где } C_1 \text{ и } C_2 \text{ — произвольные постоянные.}$$

2. Анализ устойчивости:

Устойчивость разностных уравнений напрямую связана с величиной корней характеристического уравнения. Решение ограничено при $n \rightarrow \infty$, если модуль ВСЕХ корней характеристического уравнения не превышает 1.

В нашем случае имеется корень $\lambda = 2$. Так как $|2| > 1$, решение является неограниченным (возрастает экспоненциально).

Вывод: Система является неустойчивой. Её состояние x_n неограниченно растет со временем, что в модели может указывать на нестабильность работы IDS, например, на лавинообразный рост числа ложных срабатываний или необратимый сбой.

Критерии оценки для проведения экзамена по дисциплине (тестирование)

Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок.

Оценка	Уровень сформированности компетенции	Критерии
«Отлично» («зачтено»)	Высокий	Выполнено более 80% заданий предложенного теста
«Хорошо» («зачтено»)	Хороший	Выполнено 60-80% заданий предложенного теста
«Удовлетворительно» («зачтено»)	Достаточный	Выполнено 35-60% заданий предложенного теста
«Неудовлетворительно» («не зачтено»)	Недостаточный	Выполнено менее 35% заданий предложенного теста

Обновление оценочных материалов

обсуждены и рекомендованы к утверждению решением кафедры
наименование кафедры от «___» _____ 20__ г., протокол № ____.

одобрены Научно-методическим советом _____ университета (института
(филиала) от «___» _____ 20__ г., протокол № ____.